
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2012/2013 Academic Session

January 2013

EMH 451/4 – Numerical Methods For Engineers
[Kaedah Berangka Untuk Jurutera]

Duration : 2 hours
Masa : 2 jam

Please check that this paper contains **SIX (6)** printed pages and **THREE (3)** questions before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **ENAM (6)** mukasurat bercetak dan **TIGA (3)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

INSTRUCTIONS : Answer **ALL** questions. You may answer all questions in **English** OR **Bahasa Malaysia** OR a combination of both.

[ARAHAN : Jawab **SEMUA** soalan. Calon boleh menjawab semua soalan dalam **Bahasa Malaysia** ATAU **Bahasa Inggeris** ATAU kombinasi kedua-duanya.]

Answer to each question must begin from a new page.

[Jawapan untuk setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

Q1. [a] Provide BRIEF answers to the following questions:

- (i) What is the purpose of the Weighted Residuals Method in formulation of the Finite Element Method?
 - (ii) State the TWO (2) conditions of basis functions.
 - (iii) For a uniform mesh in 1D, if the element size h is reduced by 25 percents, by how many percent is the discretization error reduced for linear elements?
 - (iv) State how the Conjugate Gradient Method differs from the LU Decomposition Method.
- (i) *Apakah kegunaan Kaedah Sisa Berpemberat di dalam perumusan Kaedah Unsur Terhingga?*
 - (ii) *Nyatakan DUA(2) syarat-syarat bagi fungsi basis.*
 - (iii) *Bagi jejaring sekata di dalam 1D, jika saiz unsur h dikurangi sebanyak 25 peratus, berapakah peratusan pengurangan ralat pendiskretan jika unsur-unsur linear digunakan?.*
 - (iv) *Nyatakan bagaimana Kaedah Konjugat Kecerunan berbeza dengan Kaedah Penguraian LU.*

(20 marks/markah)

[b] A pseudocode for modification of the system matrix \mathbf{K} and vector \mathbf{b} is depicted in Figure Q1[b].

Pseudokod untuk mengubah suai matriks dan vektor sistem \mathbf{K} dan \mathbf{b} ditunjukkan di dalam Rajah S1[b].

```

1   for ic from 1 to 2
2       get index of BC DOF
3       val = bcval(ic);
4       for i from 1 to ndof;
5           bb(i) = bb(i) - val*K(i,id);
6           set all other columns of K to be 0
7           set all other rows of K to be 0
8       end
9       K(id,id) = 1
10      bb(id) = val
11  end

```

Figure Q1[b]
Rajah S1[b]

- (i) **Explain why \mathbf{K} and \mathbf{b} must be modified and why the linear system cannot be solved without the modifications.**

Terangkan mengapa \mathbf{K} dan \mathbf{b} mesti diubah suai dan mengapa sistem linear itu tidak boleh diselesaikan tanpa pengubahsuaian.

- (ii) **Rewrite lines 1 through 11 as actual Matlab code.**

Tulis kembali baris-baris 1 sehingga 11 sebagai kod sebenar Matlab.

- (iii) **Given the original \mathbf{K} and \mathbf{b} as**

Diberikan \mathbf{K} dan \mathbf{b} asal sebagai

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

write the final forms of \mathbf{K} and \mathbf{b} after applying the above code. Assume Dirichlet boundary conditions at Nodes 1 and 5 as $u_1 = 10, u_5 = 0$.

tuliskan bentuk akhir \mathbf{K} dan \mathbf{b} selepas menggunakan kod di atas. Andaikan syarat-syarat sempadan Dirichlet pada nod 1 dan 5 sebagai $u_1 = 10, u_5 = 0$.

(50 marks/markah)

- [c] **Consider the following statement:**

“In the formulation of the Finite Element Method for heat conduction analysis using linear basis functions, the heat flux is ALWAYS discontinuous between neighboring elements.”

State whether the statement above is true or false and prove your answer by way of formulas and/or sketches.

Diberikan pernyataan berikut:

“Di dalam perumusan Kaedah Unsur Terhingga bagi analisa pengaliran haba dengan menggunakan fungsi-fungsi basis linear, fluks haba adalah SENTIASA terputus di antara unsur-unsur bersebelahan.”

Nyatakan sama ada pernyataan di atas benar atau salah dan buktikan jawapan anda secara rumus dan/atau lakaran.

(30 marks/markah)

- Q2. [a]** For the case of steady heat conduction with no heat generation for a square grid ($\Delta x = \Delta y$), starting from energy balance show that using the finite difference scheme the node on the plate surface is given by:

Bagi kes konduksian haba mantap dengan tiada penjanaan haba bagi jaringan segiempat sama ($\Delta x = \Delta y$), tunjukkan dengan menggunakan skim pembezaan sehingga titik di atas permukaan plat diberikan sebagai:

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

where i and j orientations are given by the following Figure Q2[a]

di mana orientasi i dan j diberikan mengikut Rajah Q2[a]

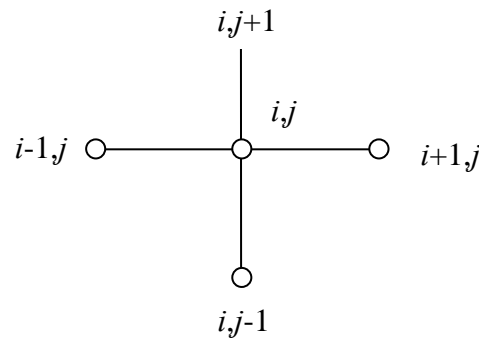


Figure Q2[a]

Rajah S2[a]

(30 marks/markah)

- [b]** Solve the steady heat conduction on the plate is given below using the finite difference scheme for the values of T1, T2, T3 and T4. The plate size is 0.3 m \times 0.3m.

Selesaikan kekonduksian haba mantap ke atas plat diberikan dibawah dengan skim perbezaan sehingga bagi nilai T1, T2, T3 and T4. Saiz plat adalah 0.3 m \times 0.3m.

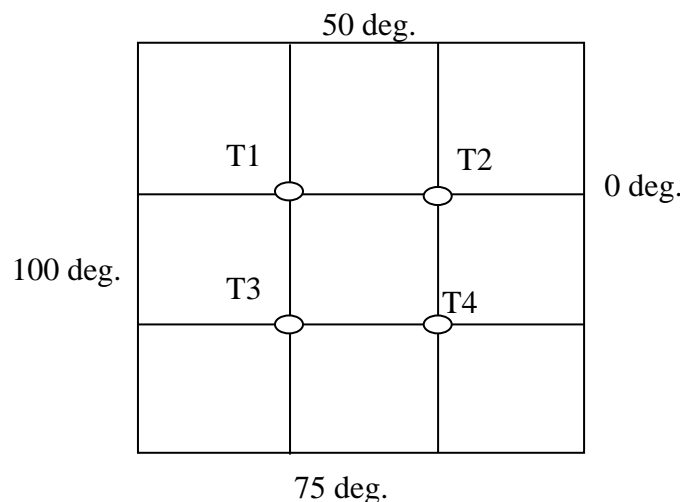


Figure Q2[b]

Rajah S2[b]

(30 marks/markah)

- [c] Using the same condition as in question Q2[b], solve also for unsteady heat conduction on the plate by using explicit method as:

Menggunakan keadaan yang sama sebagai dalam soalan S2[b], selesaikan juga kekonduksian haba tak malar diatas plat dengan menggunakan kaedah eksplisit sebagai:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

where t is time in second and $K = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Calculate only for the first three steps. Compare and discuss your results with Q2[b] answers.

di mana t adalah masa dalam saat dan $K = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Kira hanya untuk tiga julat masa yang pertama. Banding dan bincangkan keputusan anda dengan jawapan Q2[b].

(40 marks/markah)

- Q3. [a] Discuss all the possible type of errors in numerical methods.

Bincangkan semua jenis ralat yang terdapat dalam kaedah berangka.

(40 marks/markah)

- [b] You are developing a new FV method for compressible flow that is supposed to be second order accurate to model an internal combustion (IC) engine. You have tested it out on the special case of a 1D IC engine for which the exact density distribution is known to be

Anda merekabentuk suatu kaedah FV bagi aliran mampat baru yang mempunyai ketepatan tahap kedua untuk simulasi satu dimensi enjin pembakaran dalam. Anda telah menguji suatu kes khas enjin IC 1D di mana taburan ketumpatan tepat adalah

$$\rho(x) = 5 + x - \frac{x^3}{3} \text{ (for } -1 < x < 1)$$

You have divided the domain into five equal parts and the benchmarked experimental data in each part is given as [4.30, 4.60, 5.02, 5.38, 5.71].

Anda telah membahagikan kawasan perkiraan kepada lima bahagian yang sama besar dan keputusan eksperimen yang diberikan adalah berikut [4.30, 4.60, 5.02, 5.38, 5.71].

- (i) Using an FV discretization approach, determine the fluid density predictions for each of the five equal parts in the domain.

Dengan menggunakan kaedah FV, tentukan ramalan ketumpatan bendalir untuk setiap lima bahagian dalam domain tersebut.

(30 marks/markah)

- (ii) Calculate the L_1 , L_2 , L_∞ errors in terms of the difference of the results in (i) and the experimental data.

Tentukan ketepatan L_1 , L_2 , L_∞ berdasarkan perbezaan antara (i) dan keputusan eksperimen.

(15 marks/markah)

- (iii) Now assume you run the code again with ten and then twenty equal intervals. How would you anticipate the error norms to change? What can you conclude if the changes were different from your expectations?

Andainya simulasi di atas diulang semula dengan menggunakan 10 dan kemudian 20 bahagian yang sama besar. Apakah yang dijangkakan akan berubah dari segi magnitud ketepatan? Apakah kesimpulan yang boleh dibuat sekiranya terdapat percanggahan antara ramalan anda dan keputusan yang diperolehi?

(15 marks/markah)

-0000000000-